

**Отзыв**  
**на диссертационную работу Тамабай Д.О. «Математическое обоснование**  
**численных методов решения уравнений пограничного слоя атмосферы»,**  
**представленной на соискание ученой степени доктора философии (PhD)**  
**по образовательной программе**  
**8D05405 - Вычислительные науки и статистика**

Диссертационная работа посвящена построению и всестороннему теоретическому и численному исследованию модифицированных разностных схем для численного решения уравнений Навье–Стокса и уравнений атмосферного пограничного слоя, применительно к задачам моделирования распространения вредных примесей в атмосфере промышленных регионов. Актуальность исследования обусловлена необходимостью повышения точности и устойчивости численных методов при учете сложных факторов: неоднородной подстилающей поверхности, переменных метеорологических условий, турбулентных и химических процессов, определяющих динамику загрязняющих веществ в реальных атмосферных условиях.

В диссертации рассмотрена система уравнений, описывающих нестационарные, трехмерные процессы в приземных слоях атмосферы, где движение воздуха подчиняется уравнениям Навье–Стокса в вязкой несжимаемой постановке. Дополнительно учитываются уравнения тепломассообмена и химического преобразования примесей, а также внешние источники загрязнений и их взаимодействие с подстилающей поверхностью. Задача решается в пространственно ограниченной области, соответствующей типичной урбанизированной зоне, с наложением физически обоснованных граничных условий.

Основным результатом работы является разработка и обоснование модифицированной трехэтапной схемы расщепления по физическим процессам, в которой используются неявные разностные аппроксимации на двух первых этапах: для расчета промежуточных скоростей и решения эллиптического уравнения на давление. Такой подход обеспечивает более высокую численную устойчивость по сравнению с классическими схемами, основанными на явных или полуявных аппроксимациях. Проведён строгий анализ устойчивости и сходимости предложенной схемы, получены априорные оценки второй производной поля скорости и градиента давления, что позволяет гарантировать физическую и численную корректность вычислений при больших временных шагах.

Важное внимание уделено корректной аппроксимации граничных условий, возникающих при решении уравнения для давления. Показано, что стандартные методы аппроксимации этих условий в ряде практических случаев приводят к ошибочным численным эффектам, особенно при наличии конвективных возмущений. Предложенная в диссертации методика основана на разложении в



ряд Тейлора и обеспечивает согласованность граничных условий давления с полем скорости, что важно для соблюдения условий дивергентности и сходимости схемы.

Для численного решения использован метод конечных разностей на разнесённых сетках (МАС-схема), обеспечивающий дискретное выполнение условия несжимаемости. В схеме применяются различные типы аппроксимаций: центральные разности для линейных членов, аппроксимации типа "больших частиц" для конвективных слагаемых, а также схемы для диффузионных потоков. Аппроксимация граничных условий выполняется с использованием специальных схем второго порядка точности с компенсацией численного расслоения.

Численная реализация алгоритма выполнена с использованием языка программирования Python и современных библиотек научных вычислений (NumPy, SciPy, Matplotlib). Разработан программный комплекс, включающий модули для инициализации данных, итерационного решения уравнений, адаптации сетки, обработки результатов и визуализации. Комплекс прошёл тестирование на стандартных задачах гидродинамики, включая задачу течения в каверне, то есть в прямоугольной области с движущейся крышкой, что позволило верифицировать корректность реализованного алгоритма.

С использованием построенного метода проведено численное моделирование распространения загрязняющих веществ в атмосфере города Усть-Каменогорска. При моделировании учтены реальные источники выбросов, погодные условия, особенности подстилающей поверхности и рельефа. Результаты представлены в виде трёхмерных карт распределения примесей, что подтверждает прикладную состоятельность разработанного подхода.

Разработанный программный комплекс интегрирован в информационно-аналитическую платформу, предназначенную для поддержки принятия решений в области региональной экологической политики. Платформа объединяет результаты моделирования, базы данных измерений качества воздуха, индексы загрязнения и модули прогнозирования. Реализован модуль пространственной идентификации источников загрязнения на основе инверсного моделирования и методов машинного обучения. Платформа позволяет оценивать воздействие промышленных объектов на атмосферу в режиме реального времени и прогнозировать развитие неблагоприятных экологических ситуаций.

В теоретическом плане исследование обогащает численные методы механики сплошной среды, расширяя применимость схем расщепления к задачам с комплексными граничными условиями и нелинейными источниками. В практическом аспекте работа демонстрирует возможность применения современных численных методов к реальным задачам мониторинга и управления качеством атмосферного воздуха, включая построение цифровых двойников городской атмосферы.

Докторант проявила высокий уровень научной инициативы, исследовательской ответственности и стремления к поиску новых подходов в



решении актуальных задач математического моделирования. Докторант обладает математическим аппаратом и продемонстрировала научную самостоятельность. Ответственно подходила к каждому этапу исследования, проявляя настойчивость и научную дисциплину.

Сформулированные в диссертации положения сопровождаются строгими математическими обоснованиями и подтверждаются численными экспериментами. Результаты могут быть использованы в дальнейшем при разработке прогностических моделей, цифровых платформ устойчивого развития городов и в образовательных целях для подготовки специалистов в области прикладной математики, вычислительной гидродинамики и экологии атмосферы.

Представленная диссертационная работа соответствует критериям, предъявляемым к научно-квалификационным исследованиям уровня PhD, содержит существенные научные результаты, обладающие оригинальностью и прикладной значимостью, а ее автор – Тамабай Динара Оразбекқызы заслуживает присуждения ей степени доктора философий (PhD).

Отечественный научный консультант,  
доктор технических наук,  
академик НАН РК, профессор



Жумагулов Б.Т.